ECOLE NATIONALE SUPERIEURE
DES ARTS ET INDUSTRIES TEXTILES - ROUBAIX (ENSAIT)

CONCOURS D'ENTREE - SESSION 1988
EPREUVE DE MATHEMATIQUES I DUREE : 2 Heures

Cette épreuve est destinée aux élèves des classes de Mathématiques Spéciales M, M', P, P', T, TA, TB.

- I -

Soit E le R - espace vectoriel des applications f continues sur]0,1] à valeurs dans R telles que $\int_0^1 f(t)\,dt$ converge.

Soit F l'ensemble des applications f continues sur]0,1] à valeurs dans R telles que $\int_0^1 f^2(t)\,dt$ converge.

1.1)- Montrer que tout élément f de F appartient à E (on montrera que l'intégrale $\int_0^1 f(t)\,dt$ de tout élément f de F est absolument convergente).

En déduire que F a une structure d'espace vectoriel sur R.

1.2)- Soit $f :]0,1] \longrightarrow R$ définie par $f(t) = \frac{1}{t^\alpha}$ $\alpha > 0$

Pour quelles valeurs de α, f est-elle élément de E, de F ?

1.3)- Soit $f :]0,1] \longrightarrow R$ définie par $f(t) = \frac{\sin t}{t^\alpha}$ $\alpha > 0$

Pour quelles valeurs de α, f est-elle élément de E, de F ?

1.4)- Soit $f :]0,1] \longrightarrow R$ définie par $f(t) = (\ln t)^n$, $n \in N$
(ln désigne le logarithme népérien)
f est-elle élément de E, de F ?

Soit G le R -espace vectoriel des applications f continues sur]0,1[à valeurs dans R telles que $\int_0^1 f(t)\,dt$ converge.

2.1)- Soit $f :]0,1[\longrightarrow R$ définie par $f(t) = \frac{1}{t\sqrt{1-t^2}} - \frac{1}{t}$ f est-elle élément de G ?

si oui, calculer $I = \int_0^1 f(t)\,dt$

2.2)- Soit $f :]0,1[\longrightarrow R$ définie par $f(t) = \frac{\ln t}{(1+t)\sqrt{1-t^2}}$

2.2.1 Montrer que f est élément de G.

2.2.2 Calculer $I = \int_0^1 f(t)\,dt$ (on pourra faire le changement de variable $x = \sqrt{\frac{1-t}{1+t}}$)

2.3)- Soit $f :]0,1[\longrightarrow R$ définie par $f(t) = \frac{(\ln t)^n}{(1-t)^\alpha}$ α réel, n entier naturel.

2.3.1 Déterminer, à quelle condition sur α et n, f est élément de G.

2.3.2 Calculer $I = \int_0^1 \frac{\ln t}{\sqrt{1-t}}\,dt$

2.4)- Soit $f_\alpha :]0,1[\longrightarrow R$ définie par $f_\alpha(t) = \frac{t^\alpha - 1}{\ln t}$ α réel.

2.4.1 Déterminer l'ensemble U des valeurs de α pour lesquelles $f_\alpha(t)$ est élément de G.

2.4.2 α étant élément de U, on pose $I_\alpha(x) = \int_0^x f_\alpha(t)\,dt$ Montrer que $I_\alpha(x) = \int_x^{x^{\alpha+1}} \frac{du}{\ln u}$

2.4.3 En déduire la valeur de $I_\alpha = \int_0^1 f_\alpha(t)\,dt$

Ecole Nationale Supérieure des Arts et INDUSTRIES TEXTILES de ROUBAIX
page 269
1988

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail